
Ano Letivo 2023-24

Unidade Curricular INTRODUÇÃO À TEORIA DE REPRESENTAÇÕES

Cursos MATEMÁTICA (3.º Ciclo)

Unidade Orgânica Faculdade de Ciências e Tecnologia

Código da Unidade Curricular 15581008

Área Científica MATEMÁTICA

Sigla MAT

Código CNAEF (3 dígitos) 461

**Contributo para os Objetivos de
Desenvolvimento Sustentável - 04
ODS (Indicar até 3 objetivos)**

Línguas de Aprendizagem Português e Inglês

Modalidade de ensino

Presencial

Docente Responsável

Nenad Manojlovic

DOCENTE	TIPO DE AULA	TURMAS	TOTAL HORAS DE CONTACTO (*)
---------	--------------	--------	-----------------------------

* Para turmas lecionadas conjuntamente, apenas é contabilizada a carga horária de uma delas.

ANO	PERÍODO DE FUNCIONAMENTO*	HORAS DE CONTACTO	HORAS TOTAIS DE TRABALHO	ECTS
1º	S1	60T	195	7.5

* A-Anual;S-Semestral;Q-Quadrimestral;T-Trimestral

Precedências

Sem precedências

Conhecimentos Prévios recomendados

São recomendados conhecimentos básicos de Álgebra Linear tal como algum conhecimento prévio da teoria de grupos e anéis.

Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências)

Após concluir esta unidade curricular, os alunos deverão:

- ter adquirido os conhecimentos fundamentais da teoria de representações de álgebras de dimensão finita;
- conseguir resolver exercícios desafiantes nesta área;
- estar preparados para estudar conceitos mais avançados nesta área, tais como grupos e álgebras de Lie e as suas representações, grupos quânticos e as suas representações, álgebra homológica.

Conteúdos programáticos

1. Noções básicas

Álgebras associativas e homomorfismos
Subálgebras, ideais e quocientes
Álgebras de grupo
Álgebras tensoriais e exteriores
Apresentações de álgebras por geradores e relações
Aljvas e álgebras de caminhos
A soma direta e o produto tensorial de álgebras
Representações e morfismos
Subrepresentações e quocientes

2. Representações de álgebras de dimensão finita

A soma direta e representações indecomponíveis
Representações irredutíveis e o Lema de Schur
O radical, álgebras simples e semisimples
O Teorema de Artin-Wedderburn
Caracteres de representações
Fitrações e o Teorema de Jordan-Hölder
O Teorema de Krull-Schmidt

3. Representações de grupos finitos

O Teorema de Maschke
A dualidade e o produto tensorial
A teoria de caracteres de grupos
Representações unitárias
Representações induzidas
Reciprocidade de Frobenius
As representações dos grupos simétricos
Outros tópicos (opcionais)

Metodologias de ensino (avaliação incluída)

A avaliação contínua será realizada através da resolução de fichas disponibilizadas semanalmente. As respostas serão apresentadas e justificadas oralmente após a conclusão de cada capítulo. Nota de doze valores, ou superior, na avaliação contínua, dispensa o exame final.

Avaliação por exame final será realizada para cada aluno que não tenha dispensado de exame, através da avaliação contínua.

Bibliografia principal

Adkins, W. A. e Weintraub, S. H. *Algebra - An Approach via Module Theory*. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1992

Benson, D. J. *Representations and cohomology: basic representation theory of finite groups and associative algebras*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

Etingof, P., Golberg, O., Hensel, S., Liu, T., Schwendner, A., Vaintrob, D. and Yudovina, E. with historical interludes by Gerovitch, S. *Introduction to representation theory*. American Mathematical Society, 2011.

Fulton, W. and Harris, J. *Representation theory: a first course*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1991.

Academic Year 2023-24

Course unit INTRODUCTION TO REPRESENTATION THEORY

Courses MATHEMATICS (3rd cycle)

Faculty / School FACULTY OF SCIENCES AND TECHNOLOGY

Main Scientific Area MATH

Acronym

CNAEF code (3 digits) 461

Contribution to Sustainable Development Goals - SGD (Designate up to 3 objectives) 04

Language of instruction Portuguese and English

Teaching/Learning modality Presential

Coordinating teacher Nenad Manojlovic

Teaching staff	Type	Classes	Hours (*)
----------------	------	---------	-----------

* For classes taught jointly, it is only accounted the workload of one.

Contact hours

T	TP	PL	TC	S	E	OT	O	Total
60	0	0	0	0	0	0	0	195

T - Theoretical; TP - Theoretical and practical ; PL - Practical and laboratorial; TC - Field Work; S - Seminar; E - Training; OT - Tutorial; O - Other

Pre-requisites

no pre-requisites

Prior knowledge and skills

Basic knowledge of Linear Algebra is recommended as well as some prior knowledge of Group and Ring Theory.

The students intended learning outcomes (knowledge, skills and competences)

At the end of this curricular unit, students should:

- have acquired the basic knowledge of the representation theory of finite-dimensional algebras.
- be able to solve challenging exercises in this field;
- be prepared to study more advanced topics in this field, such as Lie groups, Lie algebras and their representations, quantum groups and their representations, and homological algebra.

Syllabus

1. Basic notions

Associative algebras and homomorphisms
Subalgebras, ideals, and quotients
Group algebras
Tensor and exterior algebras
Presentations of algebras by generators and relations
Quivers and path algebras
Direct sum and tensor product of algebras
Representations and morphisms
Subrepresentations and quotients

2. Representations of finite-dimensional algebras

Direct sums and indecomposable representations
Irreducible representations and Schur's lemma
Jacobson's radical, simple, and semisimple algebras
The Artin-Wedderburn Theorem
Characters of representations
Filtrations and the Jordan-Hölder Theorem
The Krull-Schmidt Theorem

3. Representations of finite groups Maschke's Theorem

Duality and tensor product
The theory of group characters
Unitary representations
Induced representations
Frobenius reciprocity
Representations of the symmetric groups
Other topics (optional)

Teaching methodologies (including evaluation)

The continuous assessment will be carried out through the resolution of problems made available weekly. The answers will be presented and justified orally after lecturing of each chapter is concluded. A grade of twelve values, or higher, in the continuous assessment, waives the final exam.

Assessment by final exam will be carried out for each student who has not been exempted from it.

Main Bibliography

Adkins, W. A. e Weintraub, S. H. *Algebra - An Approach via Module Theory*. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1992

Benson, D. J. *Representations and cohomology: basic representation theory of finite groups and associative algebras*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

Etingof, P., Golberg, O., Hensel, S., Liu, T., Schwendner, A., Vaintrob, D. and Yudovina, E. with historical interludes by Gerovitch, S. *Introduction to representation theory*. American Mathematical Society, 2011.

Fulton, W. and Harris, J. *Representation theory: a first course*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1991.