
Ano Letivo 2022-23

Unidade Curricular ÁLGEBRAS DE LIE

Cursos MATEMÁTICA (3.º Ciclo) (*)

(*) Curso onde a unidade curricular é opcional

Unidade Orgânica Faculdade de Ciências e Tecnologia

Código da Unidade Curricular 15581018

Área Científica MATEMÁTICA

Sigla MAT

Código CNAEF (3 dígitos) 461

**Contributo para os Objetivos de
Desenvolvimento Sustentável - 04
ODS (Indicar até 3 objetivos)**

Línguas de Aprendizagem Português e Inglês

Modalidade de ensino

Presencial

Docente Responsável

Nenad Manojlovic

DOCENTE	TIPO DE AULA	TURMAS	TOTAL HORAS DE CONTACTO (*)
---------	--------------	--------	-----------------------------

* Para turmas lecionadas conjuntamente, apenas é contabilizada a carga horária de uma delas.

ANO	PERÍODO DE FUNCIONAMENTO*	HORAS DE CONTACTO	HORAS TOTAIS DE TRABALHO	ECTS
1º	S2	60T	195	7.5

* A-Anual;S-Semestral;Q-Quadrimestral;T-Trimestral

Precedências

Sem precedências

Conhecimentos Prévios recomendados

Recomenda-se conhecimento prévio de álgebra linear.

Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências)

Esta unidade curricular (UC) deve fornecer formação avançada sobre tópicos fundamentais das Álgebras de Lie, em particular das Álgebras de Lie semisimples. Começando com as definições gerais, estudando as Álgebras de Lie resolúveis e nilpotentes, esta UC também abrange estrutura das Álgebras de Lie semisimples, incluindo a sua classificação. Os alunos devem dominar a teoria representações das álgebras de Lie semisimples.

Conteúdos programáticos

Introdução:

- Definições e exemplos básicos;
- Álgebras de Lie resolúveis e teorema de Lie;
- Álgebras de Lie nilpotentes e teorema de Engel;
- Subespaços de raízes e decomposição de uma álgebra de Lie nilpotente.

Álgebras de Lie semisimples :

- Radical e semisimplicidade;
- Formas bilineares, forma de Cartan e critério de Cartan;
- Subálgebras de Cartan e a decomposição de uma álgebra de Lie semisimples;
- Sistemas de raízes, matriz de Cartan e diagramas de Dynkin;
- Base de Weyl, teoremas de existência e unicidade;
- Construção de álgebra de Lie semisimples por geradores e relações.

Representações das álgebras de Lie semisimples:

- Álgebra envolvente universal;
- O elemento de Casimir;
- Módulos de Verma;
- Módulos de dimensão finita;
- Redutibilidade completa.

Metodologias de ensino (avaliação incluída)

A avaliação contínua será realizada através da resolução de fichas disponibilizadas semanalmente. As respostas serão apresentadas e justificadas oralmente após a conclusão de cada capítulo. Nota de doze valores, ou superior, na avaliação contínua, dispensa o exame final.

Avaliação por exame final será realizada para cada aluno que não tenha dispensado de exame, através da avaliação contínua.

Bibliografia principal

- R. W. Carter, "Lie Algebras of Finite and Affine Type", Cambridge studies in advanced mathematics vol. 96, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2014.
- B. Hall, Lie Groups, "Lie Algebras and Representations ? An Elementary Introduction", Second Edition, Graduate Texts in Mathematics vol. 222, Springer, 2015.
- A. W. Knap, "Lie Groups Beyond an Introduction", Second Edition, Progress in Mathematics vol. 140, Birkhauser, 2002.
- V. S. Varadarajan, "Lie Groups, Lie Algebras and Their Representations", Graduate Texts in Mathematics vol. 102, Springer, 1984.

Academic Year 2022-23

Course unit LIE ALGEBRAS

Courses MATHEMATICS (3rd cycle) (*)

(*) Optional course unit for this course

Faculty / School FACULTY OF SCIENCES AND TECHNOLOGY

Main Scientific Area MATH

Acronym

CNAEF code (3 digits) 461

Contribution to Sustainable Development Goals - SGD (Designate up to 3 objectives) 04

Language of instruction Portuguese and English

Teaching/Learning modality Presential

Coordinating teacher Nenad Manojlovic

Teaching staff	Type	Classes	Hours (*)
----------------	------	---------	-----------

* For classes taught jointly, it is only accounted the workload of one.

Contact hours

T	TP	PL	TC	S	E	OT	O	Total
60	0	0	0	0	0	0	0	195

T - Theoretical; TP - Theoretical and practical ; PL - Practical and laboratorial; TC - Field Work; S - Seminar; E - Training; OT - Tutorial; O - Other

Pre-requisites

no pre-requisites

Prior knowledge and skills

Prior knowledge of linear algebra is recommended.

The students intended learning outcomes (knowledge, skills and competences)

This curricular unit (CU) should provide advanced training on fundamental topics of Lie Algebras, in particular semisimple Lie Algebras. Starting with general definitions, studying solvable and nilpotent Lie Algebras, this UC also covers the structure of semisimple Lie Algebras, including their classification. Students should master the theory of representations of semisimple Lie algebras.

Syllabus

Introduction:

- Definitions and basic examples;
- Solvable Lie algebras and Lie's theorem;
- Nilpotent Lie algebras and Engel's theorem;
- Root subspaces and decomposition of a nilpotent Lie algebra.

Semisimple Lie Algebras:

- Radical and semisimplicity;
- Bilinear forms, Cartan form and Cartan criterion;
- Cartan subalgebras and the decomposition of a semisimple Lie algebra;
- Root systems, Cart matrix and Dynkin diagrams;
- Weyl basis, existence and uniqueness theorems;
- Construction of semisimple Lie algebra by generators and relations.

Representations of semisimple Lie algebras:

- Universal enveloping algebra;
- The Casimir element;
- Verma modules;
- Finite dimensional modules;
- Complete reducibility.

Teaching methodologies (including evaluation)

The continuous assessment will be carried out through the resolution of problems made available weekly. The answers will be presented and justified orally after lecturing on each chapter is concluded. A grade of twelve values, or higher, in the continuous assessment, waives the final exam.

Assessment by final exam will be carried out for each student who has not been exempted from it.

Main Bibliography

- R. W. Carter, "Lie Algebras of Finite and Affine Type", Cambridge studies in advanced mathematic vol. 96, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2014.
- B. Hall, Lie Groups, "Lie Algebras and Representations ? An Elementary Introduction", Second Edition, Graduate Texts in Mathematics vol. 222, Springer, 2015.
- A. W. Knap, "Lie Groups Beyond an Introduction", Second Edition, Progress in Mathematics vol. 140, Birkhauser, 2002.
- V. S. Varadarajan, "Lie Groups, Lie Algebras and Their Representations", Graduate Texts in Mathematics vol. 102, Springer, 1984.